$f: X \longrightarrow Y$

<u>injektiv</u>, falls $\forall x, x' \in X$:
$f(x) = f(x') \Longrightarrow x = x'$

jedes y hat höchstens ein Urbild

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r] \arrow[rr, bend left, "\mathrm{id}"] & Y \arrow[r, "\exists"'] & X \end{tikzcd}$$

(oder $X = \emptyset$)

<u>surjektiv</u>, falls $\forall y \in Y$:
$\exists x: f(x) = y$

jedes y hat mindestens ein Urbild

$$\begin{tikzcd} Y \arrow[r, "\exists"'] \arrow[rr, bend left, "\mathrm{id}"] & X \arrow[r] & Y \end{tikzcd}$$

<u>bijektiv</u>, falls sie injektiv und surjektiv ist.

jedes y hat genau ein Urbild

Bijektion

Ein bijektive Abbildung ist einfach eine Umbenennung von Elementen.

Injektion

Wir können eine Teilmenge $A \subset B$ als Abbildung auffassen:

$$\begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & B \\ a & \longmapsto & a \end{array} \qquad \text{„}\underline{\text{Inklusion}}\text{"}$$

Jede injektive Abbildung ist ist, bis auf Umbenennung von Elementen eine solche Inklusion.

$$\begin{tikzcd} X \arrow[rr, "f \quad (\text{injektiv})"] \arrow[dr, dashed, "\cong"'] & & Y \\ & f(X) \arrow[ur, dash] & \end{tikzcd}$$

$$x \longmapsto f(x)$$

Äquivalenzrelation auf Menge X

(Reflexivität) $x \sim x$

und (Symmetrie) $x \sim y \iff y \sim x$

und (Transitivität) $x \sim y$ und $y \sim z$
$\implies x \sim z$

Eine Abbildung $f : X \longrightarrow Q$ definiert eine Äquivalenzrelation auf X:

$$x \sim_f y \quad :\iff \quad f(x) = f(y) \in Q$$